

LAÉRCIO VASCONCELOS

O ALGEBRISTA

Volume 1

Rio de Janeiro

2016



**LAÉRCIO
VASCONCELOS
COMPUTAÇÃO**

O ALGEBRISTA VOLUME 1

Copyright © 2016, Laércio Vasconcelos Computação LTDA

DIREITOS AUTORAIS

Este livro possui registro na Biblioteca Nacional e está cadastrado no sistema ISBN. Nenhuma parte deste livro pode ser reproduzida ou transmitida por qualquer forma, eletrônica ou mecânica, incluindo fotocópia ou qualquer outro meio de armazenamento sem a permissão do autor.

Lei 9.610/1998

Título

O ALGEBRISTA VOLUME 1

ISBN: 978-85-86770-22-7

Autor

Eng. Laércio Vasconcelos

Supervisora de Marketing

Sirléia Damázio

Capa

Rafael Conde

Ilustrações

Sergio Luiz Correia de Vasconcelos

Laércio Vasconcelos Computação

Rua Almirante Cochrane, 33 sl 201, Tijuca

Rio de Janeiro RJ CEP 20.550-040

Tel (21) 2210-2888

www.laercio.com.br

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: Números inteiros	1
O início da álgebra	1
Conjuntos numéricos	1
Números naturais.....	2
O número 0.....	2
Números inteiros.....	3
Números racionais.....	4
Números irracionais.....	6
Números reais.....	6
Números complexos ou imaginários.....	7
Operações com números inteiros	8
Adição de inteiros.....	9
Exercícios.....	11
Módulo ou valor absoluto.....	12
Adição de inteiros de sinais diferentes.....	12
Exercícios.....	13
Soma algébrica.....	14
Comparação de inteiros.....	15
Exercícios.....	16
Subtração de inteiros.....	16
Exercícios.....	17
Expressões com adição e subtração de inteiros.....	18
Corta-corta.....	20
Exercícios.....	21
Eliminação de parênteses.....	21
Exercícios.....	23
Parênteses, chaves e colchetes.....	24
Multiplicação e divisão de inteiros.....	24
Produto com mais de dois fatores.....	26
Exercícios.....	27
Expressões combinando multiplicações e divisões.....	27
Exercícios.....	27
Exercícios.....	28
Potenciação de números inteiros.....	28
Exercícios.....	29
Propriedades das potências.....	30
Exercícios.....	31
Expressões com números inteiros	32
Sequência de adições e subtrações.....	33
Exercícios.....	33
Sequência de multiplicações e divisões.....	33

Exercícios.....	33
Expressões com adição, subtração, multiplicação e divisão.....	33
Exercícios.....	34
Parênteses, colchetes e chaves.....	35
Exercícios.....	36
Expressões com potências.....	36
Exercícios.....	38
Propriedades da adição.....	38
Propriedade de fechamento da adição.....	39
Elemento neutro.....	39
Comutatividade.....	40
Associatividade.....	40
Propriedades da multiplicação.....	40
Fechamento.....	40
Elemento neutro.....	41
Comutatividade.....	41
Associatividade.....	41
Distributividade.....	41
Raiz quadrada e raiz cúbica de números naturais.....	42
Exercícios.....	43
Raiz quadrada e raiz cúbica de números inteiros.....	43
Raízes de ordem superior.....	44
Exercícios.....	45
Valor numérico.....	45
Exercícios.....	46
Racional ou irracional?.....	46
Exercícios.....	49
Exercícios de revisão.....	49
Respostas dos exercícios.....	54

<u>CAPÍTULO 2: Números racionais.....</u>	61
Também Reais e Irracionais.....	61
Segurança, precisão, rapidez.....	61
Inteiros e racionais.....	61
Módulo e simétrico de um número racional.....	62
Revisão de frações.....	62
Fração é uma divisão.....	63
Simplificação e fração irredutível.....	63
Fração decimal, fração ordinária.....	64
Fração própria, fração imprópria, fração aparente, número misto....	64
Porcentagem.....	65
Dízimas periódicas.....	65

Encontrando a fração geratriz.....	66
Fatoração de números naturais.....	66
MMC.....	67
Comparação de frações.....	68
Exercícios de revisão sobre frações.....	69
Lidando com sinais.....	72
Exercícios.....	74
Simplificação.....	74
Exercícios.....	75
Adição e subtração de números racionais.....	75
Comparação de números racionais.....	78
Exercícios.....	79
Multiplicação e divisão de números racionais.....	80
Inverso ou recíproco.....	82
Fração de fração.....	83
Expressões com adição, subtração, multiplicação e divisão de racionais.....	83
Organize o rascunho.....	84
Exercícios.....	86
Propriedades das operações com números racionais.....	88
Propriedade de fechamento da adição.....	89
Propriedade do elemento neutro da adição.....	89
Propriedade comutativa da adição.....	90
Propriedade associativa da adição.....	90
Propriedade de fechamento da multiplicação.....	90
Propriedade do elemento neutro da multiplicação.....	90
Propriedade comutativa da multiplicação.....	90
Propriedade associativa da multiplicação.....	91
Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e subtração.....	91
Potências de números racionais – expoentes positivos.....	91
A ordem correta.....	92
Exercícios.....	95
Exercícios.....	96
Propriedades das potências.....	96
Exercícios.....	97
Exercícios.....	98
Exercícios.....	100
Potências de números racionais – expoentes negativos.....	101
Exercícios.....	103
Raízes de números racionais.....	104
Exercícios.....	106
Cuidado com o sinal negativo.....	107
Exercícios.....	108

Expoentes $1/2$ e $1/3$	109
Exercícios.....	111
A raiz quadrada negativa?.....	111
Expressões com números racionais.....	113
Exercícios.....	115
Extração de raiz quadrada.....	118
Números irracionais.....	122
Números reais.....	124
Operando com números reais.....	126
Exercícios de revisão.....	127
Detonando uma prova – Questão 11.....	133
Respostas dos exercícios.....	134
Detonando uma prova – Questão 11.....	141

CAPÍTULO 3: Expressões algébricas..... 143

Questões clássicas..... 143

Termos e expressões..... 143

Termo algébrico..... 143

Termos semelhantes..... 144

Redução de termos semelhantes..... 145

Expressões algébricas..... 145

Valor numérico..... 146

Exercícios..... 146

Classificação de expressões algébricas..... 146

Exercícios..... 147

Monômio e polinômio..... 148

Binômios e trinômios..... 148

Grau de um monômio ou polinômio..... 149

Polinômio homogêneo..... 149

Polinômio em x 149

Polinômio completo..... 149

Completar e ordenar $P(x)$ 150

Exercícios..... 150

Operações com monômios..... 151

Adição e subtração de monômios..... 151

Exercícios..... 151

Multiplicação de monômios..... 151

Exercícios..... 152

Potências de monômios..... 152

Exercícios..... 153

Divisão de monômios..... 153

Exercícios..... 153

Monômios não divisíveis.....	153
Exercícios.....	154
Distributividade.....	154
Exercícios.....	155
Adição e subtração de polinômios.....	156
Exercícios.....	157
Multiplicação de polinômios.....	158
Outro método para armar a multiplicação.....	160
Exercícios.....	161
Divisão de polinômios.....	161
Divisão de polinômio por monômio.....	161
Exercícios.....	162
Divisão de dois polinômios.....	163
Teorema do resto.....	166
Exercícios.....	167
Potências de um polinômio.....	167
Exercícios.....	168
Expressões envolvendo polinômios.....	168
Exercícios.....	171
Exercícios de revisão.....	171
Soluções dos exercícios.....	182

CAPÍTULO 4: Produtos notáveis.....	189
Para ganhar tempo.....	189
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.....	189
Interpretação geométrica.....	193
Não confunda.....	194
Exercícios.....	195
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.....	195
Exercícios.....	196
Interpretação geométrica.....	198
Não confunda.....	199
$(a+b+c)^2$.....	200
Exercícios.....	200
$(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$.....	200
Exercícios.....	203
Produto de Stevin: $(x+a).(x+b) = x^2 + Sx + P$.....	203
Exercícios.....	204
Exercícios.....	205
Exercícios.....	206
Exercícios.....	207
Interpretação geométrica.....	207

Derivados do Produto de Stevin.....	207
(x+a).(x+b).(x+c).....	207
(a+1).(b+1).....	208
(a+1).(b+1).(c+1).....	208
Exercícios.....	209
Cubos da soma e da diferença.....	209
(a+b) ³	209
(a-b) ³	210
Exercícios.....	210
Soma e diferença de cubos.....	211
(x + 1/x) ⁿ	212
Exercícios de revisão.....	214
Respostas dos exercícios.....	218

<u>CAPÍTULO 5: Fatoração.....</u>	223
Usar expressões racionais.....	224
Fatoração por evidência.....	225
Exercícios.....	227
Interpretação geométrica da fatoração por evidência.....	227
Exercícios.....	228
Fatoração por agrupamento.....	228
Exercícios.....	229
Interpretação geométrica da fatoração por evidência.....	230
Exercícios.....	230
Fatoração por quadrados e cubos.....	230
Exercícios.....	231
Exercícios.....	232
Exercícios.....	233
Fatoração por diferença de quadrados.....	233
Exercícios.....	233
Exercícios.....	234
Exercícios.....	234
Soma e diferença de cubos.....	234
Exercícios.....	235
Trinômio do segundo grau na forma $x^2 + bx + c$.....	235
Exercícios.....	236
Trinômios que não podem ser fatorados.....	237
Exercícios.....	238
Trinômio do segundo grau na forma $ax^2 + bx + c$.....	238
Justificativa do método da fatoração de $ax^2 + bx + c$	239
Exercícios.....	240
Exercícios.....	241

Fatorações combinadas.....	241
Exercícios.....	242
Fatoração por “mágica”.....	242
Polinômios.....	245
Fatoração em provas e concursos.....	247
Exemplo: EPCAr 2010 – Expressões algébricas complexas.....	247
Exemplo: CMRJ 2015 – Expressões algébricas e equações.....	248
$x^n - y^n$ e $x^n + y^n$.....	249
$x^n - y^n$	249
$x^n + y^n$	250
Exercícios de revisão.....	250
Respostas dos exercícios.....	256

<u>CAPÍTULO 6: MMC e MDC.....</u>	263
Problemas sobre MMC e MDC.....	263
Fatores numéricos e algébricos.....	263
Recordando o MDC e o MMC de números naturais.....	264
MDC e o MMC de expressões algébricas.....	265
Exercícios.....	266
Exercícios.....	266
MDC e simplificação de frações algébricas.....	267
Exercícios.....	267
MMC e redução ao mesmo denominador.....	267
Exercícios.....	268
Casos especiais.....	268
Exercícios de revisão.....	270
Respostas dos exercícios.....	272

<u>CAPÍTULO 7: Frações algébricas.....</u>	275
Obrigatório para concursos.....	275
Simplificação de frações algébricas.....	276
Um erro clássico.....	277
Para simplificar frações com monômios.....	278
Exercícios.....	278
Exercícios.....	279
Exercícios.....	280
Exercícios.....	281
Multiplicação de frações algébricas.....	281
Exercícios.....	283
Frações algébricas com sinais negativos.....	283

Exercícios.....	286
Divisão de frações algébricas.....	286
Exercícios.....	289
Adição e subtração de frações algébricas.....	289
Denominadores que simplificam.....	291
Exercícios.....	291
Exercícios de revisão.....	292
Respostas dos exercícios.....	301

<u>CAPÍTULO 8: Equações do primeiro grau.....</u>	307
Facilidade ou dificuldade?.....	307
Igualdades.....	307
Equações de primeiro grau.....	308
Exercícios.....	309
Método de resolução.....	309
Exercícios.....	313
Discussão de uma equação do primeiro grau.....	314
$x=0$ é solução determinada.....	317
Exercícios.....	318
Equações equivalentes.....	319
Inequação.....	319
Exercícios.....	320
Equação fracionária.....	320
Exercícios.....	323
Equação modular.....	323
Exercícios de revisão.....	324
Respostas dos exercícios.....	330

<u>CAPÍTULO 9: Sistemas de equações do primeiro grau.....</u>	333
Uma incógnita, duas incógnitas, três incógnitas.....	333
Método da substituição.....	334
Exercícios.....	336
Método da adição.....	336
Exercícios.....	337
Método da comparação.....	337
Exercícios.....	338
Método dos determinantes.....	340
Demonstração.....	342
Cuidado com a “pegadinha” das posições trocadas.....	343
Colocando em evidência.....	343

Exercícios.....	343
Sistemas literais.....	344
Exercícios.....	344
Sistemas com 3 equações e 3 incógnitas.....	345
Exercícios.....	346
Sistemas fracionários.....	347
Exercícios.....	348
Sistemas possíveis e determinados.....	349
Retas concorrentes.....	349
Sistemas impossíveis.....	350
Retas paralelas.....	351
Sistemas indeterminados.....	351
Retas coincidentes.....	352
Exercícios.....	353
Exercícios de revisão.....	354
Respostas dos exercícios.....	362

<u>CAPÍTULO 10: Problemas do primeiro grau.....</u>	365
Problema, equação, solução.....	365
Exercícios.....	368
Problemas envolvendo idades.....	369
Exercícios.....	371
Problemas de torneiras.....	371
Exercícios.....	375
Diagramas - “entendeu ou quer que eu desenhe? “.....	375
Exercícios.....	378
Problemas de espaço, tempo e velocidade.....	379
Exercícios.....	381
Problemas de misturas.....	382
Exercícios.....	388
Problemas de juros.....	389
Exercícios.....	391
Problemas do segundo grau.....	392
Diminuir, subtrair.....	394
Exercícios de revisão.....	395
Respostas dos exercícios.....	409
Resoluções de exercícios selecionados.....	412

<u>CAPÍTULO 11: Conjuntos e tópicos sobre ANÁLISE.....</u>	425
Análise e álgebra.....	425

O número zero	426
0, 1, 2.....	426
Conjuntos	426
O conjunto dos números naturais.....	426
O conjunto dos números racionais positivos.....	426
Exemplos de conjuntos.....	427
Pertinência.....	427
Conjunto vazio.....	427
Exercícios.....	427
Representação por enumeração.....	428
Representação por diagrama.....	428
Representação por propriedade.....	429
Conjunto unitário.....	429
Conjuntos equivalentes.....	430
Exercícios.....	430
Subconjunto.....	430
Pertence ou está contido?.....	431
Conjunto universo.....	432
Exercícios.....	432
Operações com conjuntos.....	433
União de conjuntos.....	433
Interseção de conjuntos.....	434
Diferença de conjuntos.....	435
Complementar.....	436
Exercícios.....	437
Diagrama de Venn para 3 conjuntos.....	437
Diferença simétrica.....	438
Número de elementos.....	439
Número de subconjuntos.....	441
Conjunto das partes.....	442
Exercícios.....	443
Intervalos	443
Operações com intervalos.....	445
Máximos e mínimos de intervalos.....	448
Médias	449
Média aritmética.....	449
Média geométrica.....	449
Média harmônica.....	450
Desigualdade das médias.....	450
Média ponderada.....	451
Plano cartesiano	452
Relações e funções	453
Diagrama de setas.....	454
Produto Cartesiano.....	455

Função.....	456
Domínio, contradomínio, imagem.....	456
Função linear e função afim.....	458
Sistemas de equações e interseção de gráficos.....	459
Exercícios de revisão.....	460
Respostas dos exercícios.....	470
Resoluções de exercícios selecionados.....	472

<u>CAPÍTULO 12: Inequações do primeiro grau.....</u>	479
A forma final da inequação do 1º grau.....	479
Exercícios.....	482
Conjunto solução.....	482
Inequações fracionárias.....	482
Exercícios.....	484
Sistemas de inequações.....	484
Exercícios.....	485
Inequações com duas variáveis.....	485
Equações com módulo.....	487
Inequações com módulo.....	488
Inequações “indeterminadas” e impossíveis.....	489
Módulo.....	489
$ 2x - 8 < 6$	490
$ x - a < x - b $	490
Exercícios.....	490
União e interseção?.....	491
Exercícios de revisão.....	492
Respostas dos exercícios.....	495
Resoluções de exercícios selecionados.....	495

<u>CAPÍTULO 13: Equações do segundo grau.....</u>	499
Equações do segundo grau.....	499
Formas incompletas.....	499
Exercícios.....	500
Equações do 2º grau impossíveis.....	500
Forma fatorada.....	501
Exercícios.....	502
Exercícios.....	502
Resolução por soma e produto.....	502
Exercícios.....	503
Completando quadrados.....	503

Exercícios.....	504
Fórmula geral da resolução.....	504
Exercícios.....	505
Exercícios.....	506
Discussão pelo discriminante.....	506
Exercícios.....	507
Gráfico do trinômio do segundo grau.....	507
Relações entre coeficientes e raízes.....	509
Soma das raízes.....	509
Produto das raízes.....	509
Diferença das raízes.....	510
Outras operações com as raízes.....	510
Exercícios.....	510
Resolvendo mentalmente – I (soma e produto).....	511
Resolvendo mentalmente – II.....	511
Exercícios.....	512
Exercícios de revisão.....	513
Respostas dos exercícios.....	523
Resoluções de questões selecionadas.....	527

<u>CAPÍTULO 14: Cálculo de radicais.....</u>	537
Operações com potências de expoentes racionais.....	537
Radical, radicando, índice.....	539
Operações básicas.....	539
Simplificação do índice.....	539
Adição (e subtração) de radicais.....	539
Colocar fora do radical.....	539
Colocar dentro do radical.....	540
Multiplicação e divisão de radicais.....	540
Operações algébricas com radicais.....	540
Potenciação de radicais.....	540
Redução ao mesmo índice.....	540
Comparação.....	541
Cuidado com o sinal.....	541
Exercícios.....	542
Racionalização de denominadores.....	544
Exercícios.....	545
Radicais duplos.....	545
A fórmula de transformação.....	546
Exercícios.....	548
Raízes para lembrar.....	548
Exercícios de revisão.....	549

Respostas dos exercícios.....	556
Resoluções de exercícios selecionados.....	560
<u>CAPÍTULO 15: Equações redutíveis ao segundo grau.....</u>	567
Equações biquadradas.....	567
Exercícios.....	568
Equações irracionais.....	568
Exercícios.....	570
Outras equações redutíveis.....	570
Exercícios de revisão.....	571
Respostas dos exercícios.....	577
Soluções de exercícios selecionados.....	578
<u>CAPÍTULO 16: Sistemas do segundo grau.....</u>	583
Sistemas não lineares.....	583
Alguns exemplos.....	583
É álgebra ou aritmética?.....	585
Exercícios de revisão.....	586
Respostas dos exercícios.....	590
Resoluções de exercícios selecionados.....	591
<u>CAPÍTULO 17: Inequações do segundo grau.....</u>	595
Cuidado com o sinal.....	595
Inequação com trinômio do segundo grau.....	595
Exercícios.....	598
Inequação fracionária.....	598
Exercícios.....	600
Outras inequações.....	600
Inequação com módulo.....	601
Inequação com exponencial.....	602
Exercícios.....	603
Exercícios de revisão.....	603
Respostas dos exercícios.....	606
Resoluções selecionadas.....	607

CAPÍTULO 18: Problemas do segundo grau.....	613
Exemplos.....	613
Exemplo 1.....	613
Exemplo 2.....	614
Exemplo 3.....	614
Exemplo 4.....	615
Exemplo 5.....	615
Aritmética avançada: nem sempre as equações resolvem.....	616
Exemplo 6.....	616
Exercícios.....	618
Respostas dos exercícios.....	619
Resoluções selecionadas.....	619
CAPÍTULO 19: Funções.....	621
Domínio.....	621
Exercícios.....	622
Função composta.....	622
Função afim.....	624
Função injetiva ou injetora.....	624
Translação de eixos.....	625
Função par e função ímpar.....	627
Função identidade.....	628
Função inversa.....	629
Exercícios de revisão.....	630
Respostas dos exercícios.....	632
Resoluções selecionadas.....	633
CAPÍTULO 20: Trinômio do segundo grau.....	637
O último tópico.....	637
Trinômio do 2º grau.....	637
Função quadrática ou polinomial do 2º grau.....	637
Equação do 2º grau.....	637
Gráfico da função quadrática.....	638
O gráfico.....	638
O vértice da parábola.....	639
Exercícios.....	640
A concavidade.....	640
Cortando os eixos.....	642
Soma e produto das raízes.....	643
Exercícios de revisão.....	643

Respostas dos exercícios.....	649
Resoluções selecionadas.....	650
CAPÍTULO 21: Polinômios.....	655
Polinômios identicamente iguais.....	655
Polinômios idênticos.....	655
Polinômios iguais para alguns valores.....	656
Exercícios.....	657
Separação em frações.....	657
Equações envolvendo polinômios.....	659
Divisibilidade entre polinômios.....	659
Teorema do resto.....	660
Exercícios.....	660
Teorema das raízes racionais.....	661
Teorema de Bolzano.....	663
Relações de Girard.....	663
Exercícios.....	664
Exercícios de revisão.....	664
Respostas dos exercícios.....	669
Resoluções selecionadas.....	670