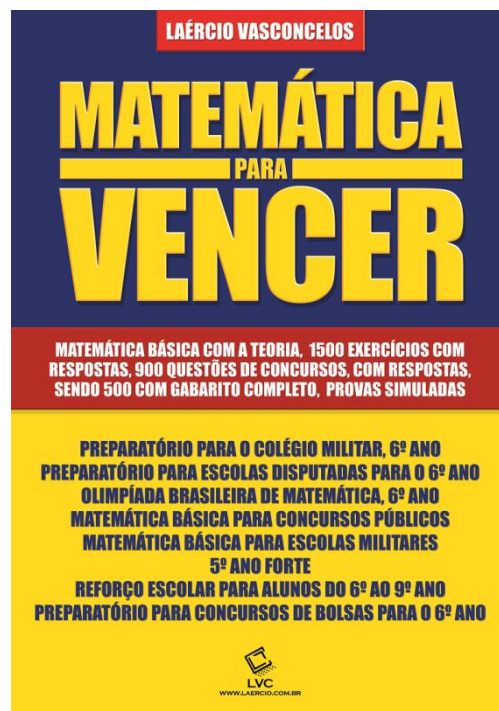


MATEMÁTICA

PARA

VENCER

Apostilas complementares



www.laercio.com.br

APOSTILA 01 – Colégio Militar 6º ano

PROVA INICIAL

Apostila de complemento do livro

MATEMÁTICA PARA VENCER

OBJETIVO:

O objetivo desta apostila é aplicar um rápido teste inicial para alunos que vão iniciar o curso preparatório para o Colégio Militar, 6º ano, visando avaliar o nível de conhecimento do aluno. A apostila é organizada em duas partes:

Parte 1) O tempo de prova

Parte 2) Teste rápido de 5 questões

Parte 2) Correção das questões

O TEMPO DE PROVA

Fazer a prova do Colégio Militar representa vencer uma série de obstáculos. Um deles é realizar com facilidade uma prova que pode demorar duas ou três horas. Uma limitação dos alunos nessa faixa etária é conseguir fazer uma prova tão longa, visto que muitos estão acostumados a fazer provas escolares na faixa de 1 hora.

Esta prova é muito pequena em comparação com a do concurso do Colégio Militar. Vamos começar com uma prova de 5 questões, com 10 minutos para realização de cada questão, ou seja, marque o tempo de 50 minutos para a realização da presente prova. Ao longo do curso você precisará aprender a fazer provas mais longas, com muito mais questões.

Para ter sucesso você deverá acertar pelo menos 4 das 5 questões, e usar um tempo inferior a 50 minutos. Se você obteve sucesso, é um bom começo. Se não obteve, ainda tem muito tempo para melhorar.

PROVA DE MATEMÁTICA

Duração: 50 minutos

OBS: Se for listar na impressora, liste apenas desta página até a página final da prova.

Questão 01) Quantos são os números naturais primos com três algarismos formados apenas pelos algarismos 1, 2 e 3, sem repetição?

Questão 02) Um número natural N deixa resto 1 ao ser dividido por 3, resto 1 ao ser dividido por 5, resto 1 ao ser dividido por 7 e resto 1 ao ser dividido por 11. Qual é o resto que N deixa ao ser dividido por 10, sabendo que N está compreendido entre 2000 e 3000?

Questão 03) Uma mercadoria custava R\$ 100,00 e sofre em março um aumento de 20%, depois em abril, um novo aumento de 30%. Qual é o preço da mercadoria depois do segundo aumento?

Questão 04) Quantos algarismos são necessários para escrever os números naturais de 1 a 1000?

Questão 5) Calcule

$$\frac{91 \times 1497 - 91 \times 1017}{7 \times 13 \times 240}$$

Resolução das questões

Questão 01) Quantos são os números naturais primos com três algarismos formados apenas pelos algarismos 1, 2 e 3, sem repetição?

Solução:

Problemas relativos a contagem de algarismos são bastante comuns, mas este não é o caso. É um problema que testa conhecimentos sobre números primos. Os números pedidos nessa questão são todos de 3 algarismos, formados apenas pelos algarismos 1, 2 e 3 sem repetição. Não é necessário, mas é possível determinar exatamente quais são esses números:

123, 132, 213, 231, 312, 321.

Esses são os 6 números possíveis de serem formados com combinação dos algarismos 1, 2 e 3, sem repetição. É preciso ainda descobrir quais desses números são primos. A resposta é: NENHUM !!!

Nenhum desses números é primo, pois todos eles são divisíveis por 3, já que a soma dos seus algarismos é $1 + 2 + 3 = 6$, que é múltiplo de 3. O mais importante na questão é observar que se a soma dos algarismos é sempre 6, não importa quais são os números formados, e nem quantos são eles, nenhum deles poderá ser primo.

Desta forma resolve-se rapidamente a questão sem perder tempo descobrindo quantos e quais são os números.

Imagine se a questão fosse para descobrir quantos números primos de 6 algarismos sem repetição podem ser formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6. O mesmo método poderia ser usado para observar que a soma dos algarismos será sempre $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, que é múltiplo de 3, então o número formado nunca poderá ser primo. Já a determinação da quantidade de números (que não é pedida no problema) é uma tarefa mais difícil, bem como o teste de cada um dos números para verificar se é primo levaria o tempo todo da prova!

Esse é um princípio das questões do Colégio Militar, um caminho braçal e muitas vezes impossível se ser realizado a tempo, e um método rápido, baseado no conhecimento das propriedades matemáticas. Prepare-se para resolver sempre questões desse tipo.

Questão 02) Um número natural N deixa resto 1 ao ser dividido por 3, resto 1 ao ser dividido por 5, resto 1 ao ser dividido por 7 e resto 1 ao ser dividido por 11. Qual é o resto que N deixa ao ser dividido por 10, sabendo que N está compreendido entre 2000 e 3000?

Solução:

Trata-se um problema de MMC (Mínimo Múltiplo Comum) bastante “manjado”. Observe que nas divisões citadas, o número N sempre deixa resto 1. Se subtrairmos 1 unidade de N , o resto desaparecerá. O novo valor, vamos chama-lo de $N-1$, deixa os seguintes restos nessas divisões:

$N - 1$ deixa resto 0 ao ser dividido por 3

$N - 1$ deixa resto 0 ao ser dividido por 5

$N - 1$ deixa resto 0 ao ser dividido por 7

$N - 1$ deixa resto 0 ao ser dividido por 11

Sendo assim, o número $N - 1$ é múltiplo de 3, 5, 7 e 11. Existem infinitos números que possuem esta propriedade, o menor deles é o zero ($N - 1 = 0$, ou seja, $N = 1$). De fato, o número 1 deixa quociente zero, e resto 1, ao ser dividido por 3, 5, 7 e 11. Mas o problema pede um número N que está compreendido entre 2000 e 3000. Existem infinitos outros números N que têm essa mesma propriedades de restos. Depois de $N=1$, o próximo é baseado no MMC desses valores. Já que $N - 1$ é múltiplo de 3, 5, 7 e 11, então $N - 1$ é múltiplo do MMC entre esses valores:

$N - 1 =$ múltiplo de $\text{MMC}(3, 5, 7, 11)$.

O MMC desses valores é:

$$\begin{array}{l} 3 - 5 - 7 - \\ 1 - 5 - 7 - \\ 1 - 1 - 7 - \\ 1 - 1 - 1 - \\ 1 - 1 - 1 - \end{array} \quad \text{MMC} = 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 1155$$

Poranto o número $N - 1$ é múltiplo de 1155. Além de 1, o próximo número N que deixa esses restos é $1155 + 1 = 1156$. O seguinte é $1155 + 1155 + 1$.

$$1155 + 1155 + 1 = 2311$$

O próximo é $1155 + 1155 + 1155 + 1 = 3466$

Portanto 2311 é o único número que deixa resto 1 ao ser dividido por esses valores, entre 2000 e 3000.

Questão de conhecimento obrigatório pelos que vão prestar concurso ao Colégio Militar. Veja como é grande a importância desse tipo de problema: É o problema 2, da página 4 do livro MATEMÁTICA PARA VENCER, cuja primeira edição foi em 2011, e caiu na prova do Colégio Naval em 2012. Problema clássico é para ser conhecido, sob pena de desvantagem para os participantes de um concurso.

Questão 03) Uma mercadoria custava R\$ 100,00 e sofre em março um aumento de 20%, depois em abril, um novo aumento de 30%. Qual é o preço da mercadoria depois do segundo aumento?

Solução:

Pegadinha da porcentagem. Aumenta 20%, depois 30% no mês seguinte, o aumento total foi de...

50% ?

ERRADO ERRADO ERRADO ERRADO ERRADO ERRADO ERRADO ERRADO ERRADO !!!!!!!!!!!!!!!

O problema aqui é que o segundo aumento não é sobre o preço original, mas sim, sobre o novo preço, já aumentado.

Aumentar 20% é a mesma coisa que multiplicar por 1,2 : $100 \times 1,2 = 120$

Aumentar 30% é a mesma coisa que multiplicar por 1,3: $120 \times 1,3 = 156$

A porcentagem é na verdade uma operação multiplicativa “disfarçada” de aditiva, por isso as pessoas têm tendência de somar as porcentagens, nesse exemplo encontrando $20 + 30 = 50$. Na verdade o resultado é um aumento total de 56%, e não de 50%, já que o segundo aumento deu-se, não sobre um preço de 100 reais, mas já de 120 reais.

Resposta: o aumento final foi de 56%, e o preço final passou para 156 reais.

Questão 04) Quantos algarismos são necessários para escrever os números naturais de 1 a 1000?

Solução:

Um tipo de questão clássica, de conhecimento obrigatório para quem vai prestar concursos desse tipo. É de uma parte da matemática chamada de “Contagem”. Sua evolução prossegue no ensino médio e no ensino superior, chamada “Análise combinatória”.

Temos que escrever números com 1, 2, 3 e 4 algarismos. Temos que descobrir quantos são os números de cada grupo e multiplicar os resultados por 1, 2, 3 e 4.

1º grupo: Números de 1 algarismo: 1 e 9

Total de números: 9, total de algarismos: 9

2º grupo: Números de 2 algarismos: 10 a 99

Total de números: 90 (o cálculo aqui é $99 - 9$); total de algarismos: $90 \times 2 = 180$

3º grupo: Números de 3 algarismos: 100 a 999

Total de números: 900 (o cálculo é $999 - 99$); total de algarismos: $900 \times 3 = 2700$

4º grupo: só o número 1000

Total de algarismos: $1 \times 4 = 4$

O total de algarismos será $9 + 180 + 2700 + 4 = 2893$

Resposta: 2893 algarismos

Questão 5) Calcule

$$\frac{91 \times 1497 - 91 \times 1017}{7 \times 13 \times 240}$$

Solução:

Muito cuidado, problemas com contas aparentemente complexas normalmente têm um outro modo de resolução mais rápido e fácil, baseado em propriedades matemáticas. A primeira coisa a perceber é que o número 91 aparece três vezes no problema:

2 vezes no numerador

1 vez no denominador ($7 \times 13 = 91$)

A propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração diz que:

$$91 \times 1497 - 91 \times 1017 = 91 \times (1497 - 1017)$$

Que resulta em 91×480

O denominador vale $7 \times 13 \times 240 = 91 \times 240$

Então a expressão do problema reduz-se a:

$$\frac{91 \times 480}{91 \times 240}$$

O numerador e o denominador podem ser simplificados por 91, depois por 240:

$$\frac{91 \times 480}{91 \times 240} = \frac{480}{240} = 2$$

Resposta: 2

IMPORTANTE: Quase sempre uma expressão complicada pode ficar simples usando as propriedades que permitem a simplificação.

Copyright © Laércio Vasconcelos

www.laercio.com.br

